

О разрешимости правил коллективного принятия решений

Даниел Карабекян

НИУ ВШЭ

13.09.2023

История вопроса

- Теоремы о невозможности: Эрроу, Гиббарда-Саттертуэйта
 - Не существует правила, удовлетворяющего определенной комбинации свойств
- Анонимность: от переименования агентов результат голосования не меняется
- Нейтральность: при переименовании альтернатив результат голосования меняется в соответствии с переименованием
- Разрешимость: для любого профиля правило выбирает одну альтернативу
- Теоремы о невозможности:
 - Мулен (1980): Анонимное, нейтральное, парето-эффективное и разрешимое правило существует тогда и только тогда, когда число агентов не имеет простого делителя меньше, чем число альтернатив
 - Мулен (1983): Анонимное, нейтральное и разрешимое правило существует тогда и только тогда, когда число альтернатив не может быть записано как сумма нетривиальных делителей числа агентов

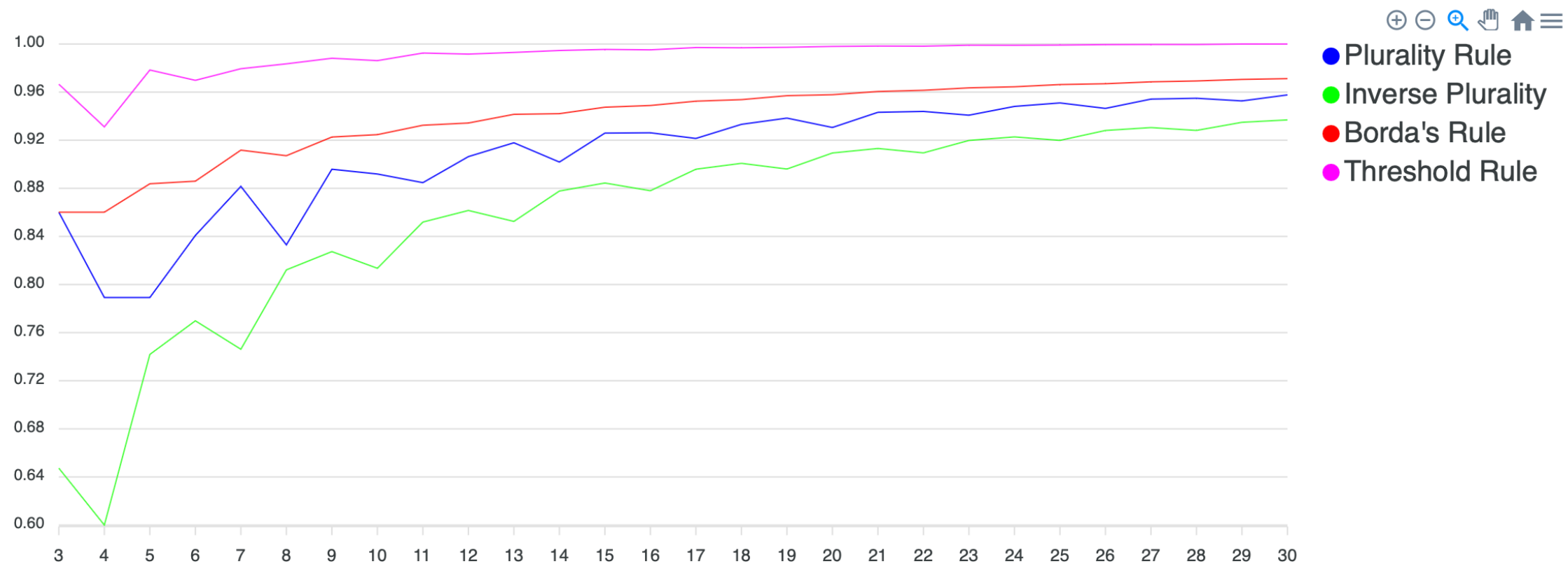
Подходы к решению вопроса

- Разрешимость не являлась основным вопросом
 - Использовалось условие устранения несравнимости (tie-breaking rule)
 - Нарушение нейтральности
 - Использовались расширенные предпочтения (Карабекян 2009, Алескеров и др. 2009, 2015, 2022)
- Теоретические исследования:
 - Попытки ослабления свойств анонимности и нейтральности для получения вариаций теорем о возможности однозначного выбора (Ozkes, Sanver 2021) (Dogan, Giritligil 2022) (Bubboloni, Gori 2016)
- Вычислительная работа
 - В данной работе сравнивается разрешимость существующих правил принятия решений и анализируется их связь с другими свойствами

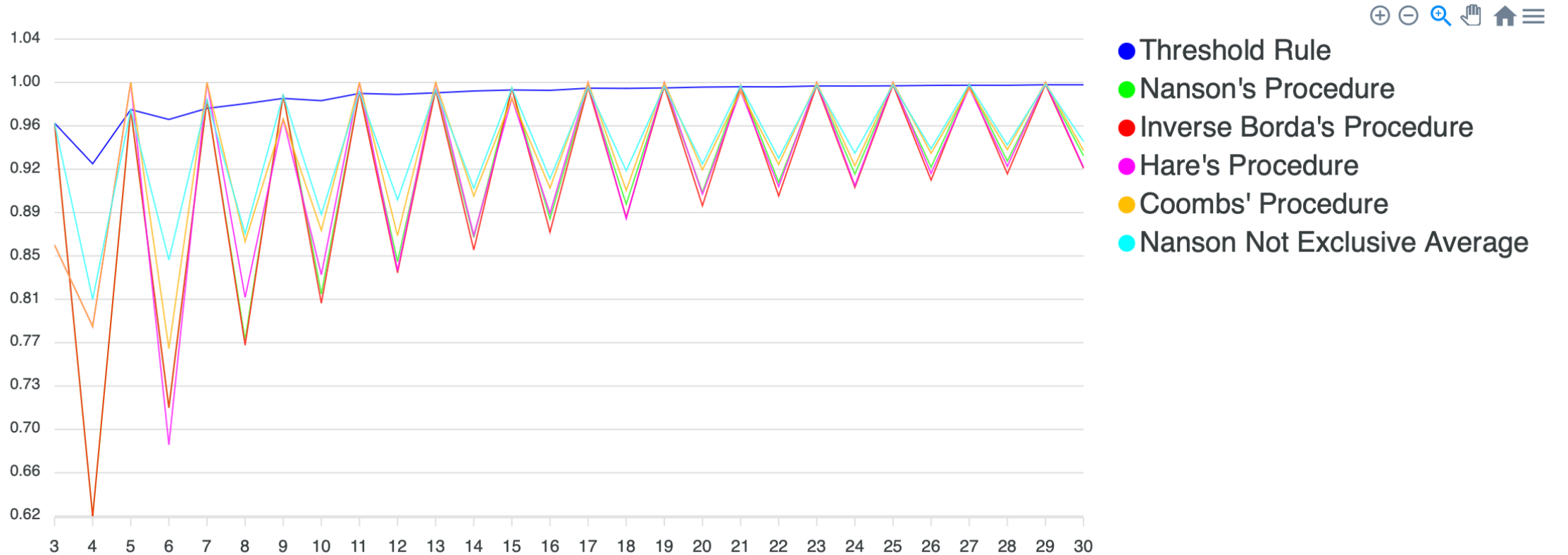
Модель

- Компьютерное моделирование 3, 4, 5 альтернатив, от 3 до 100 агентов
- Более 40 правил и их модификаций:
 - Скоринговые
 - Скоринговые с исключением
 - Мажоритарные
 - и другие...
- Две меры разрешимости:
 - D (Decisiveness) – доля однозначного выбора
 - R (Resolutness) – средневзвешенное число альтернатив

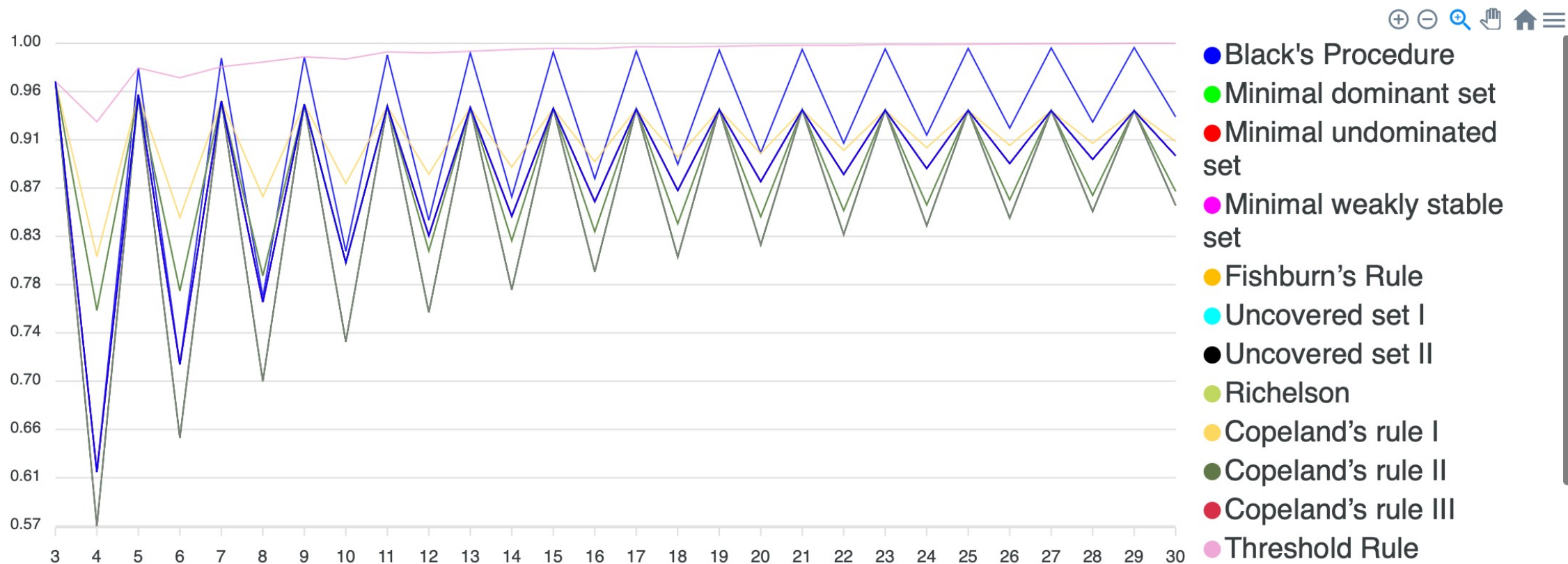
Скоринговые правила (3 альтернативы, индекс D)



Скоринговые правила с исключением (3 альтернативы, индекс D)



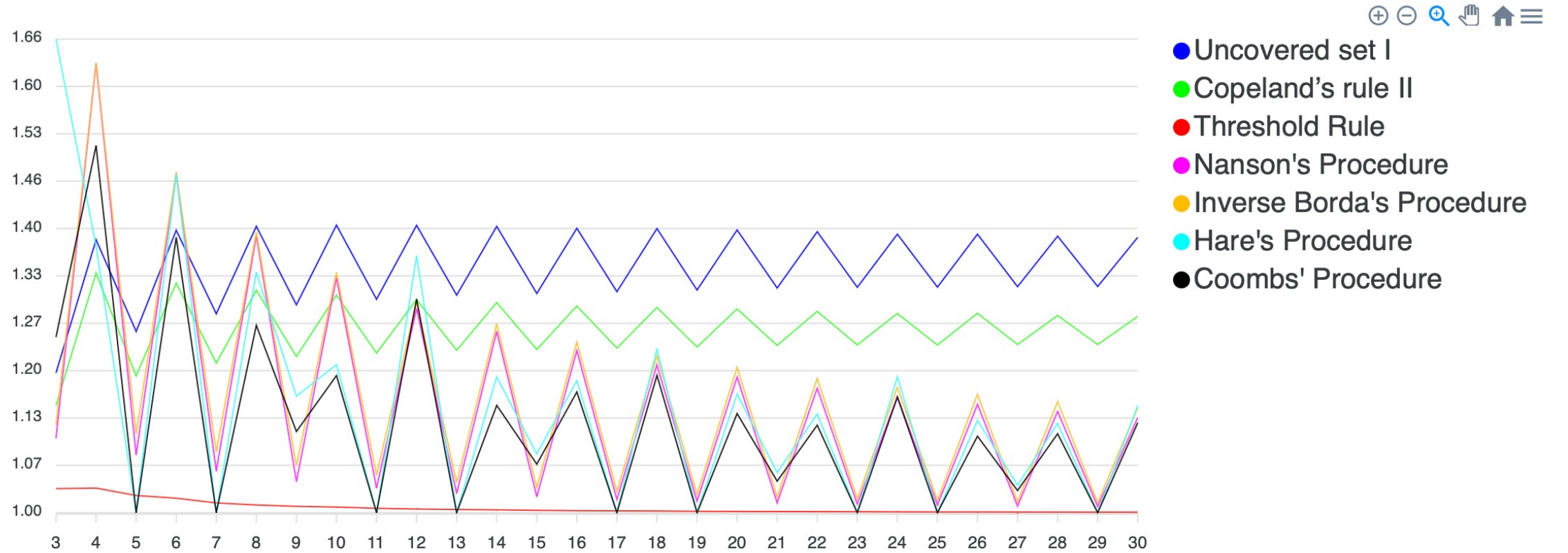
Мажоритарные правила (3 альтернативы, индекс D)



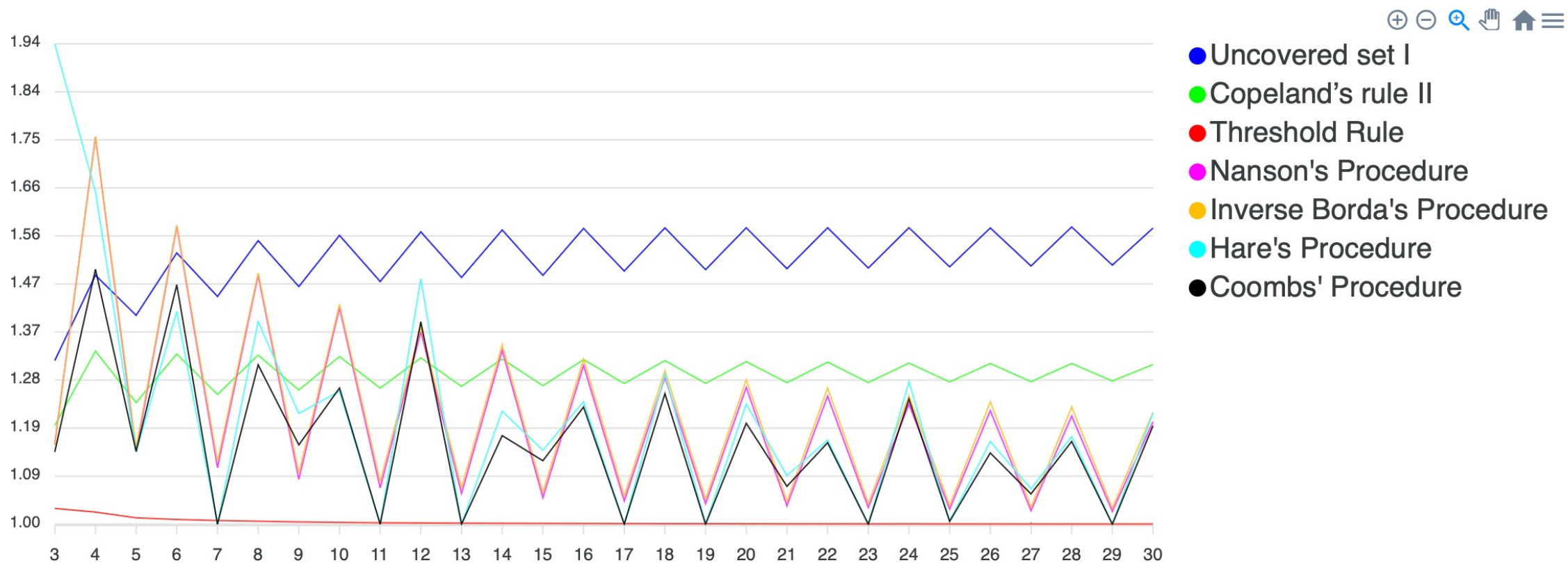
Выводы по индексу D

- Одним из лучших правил является пороговое
- Мажоритарные правила значительно хуже с точки зрения разрешимости
- Для нечетного (простого) числа альтернатив скоринговые правила с элиминированием превосходят пороговое
- Вопросы:
 - А что при большем числе альтернатив?
 - Почему пороговое такое хорошее?
 - Как это связано с другими характеристиками правил?

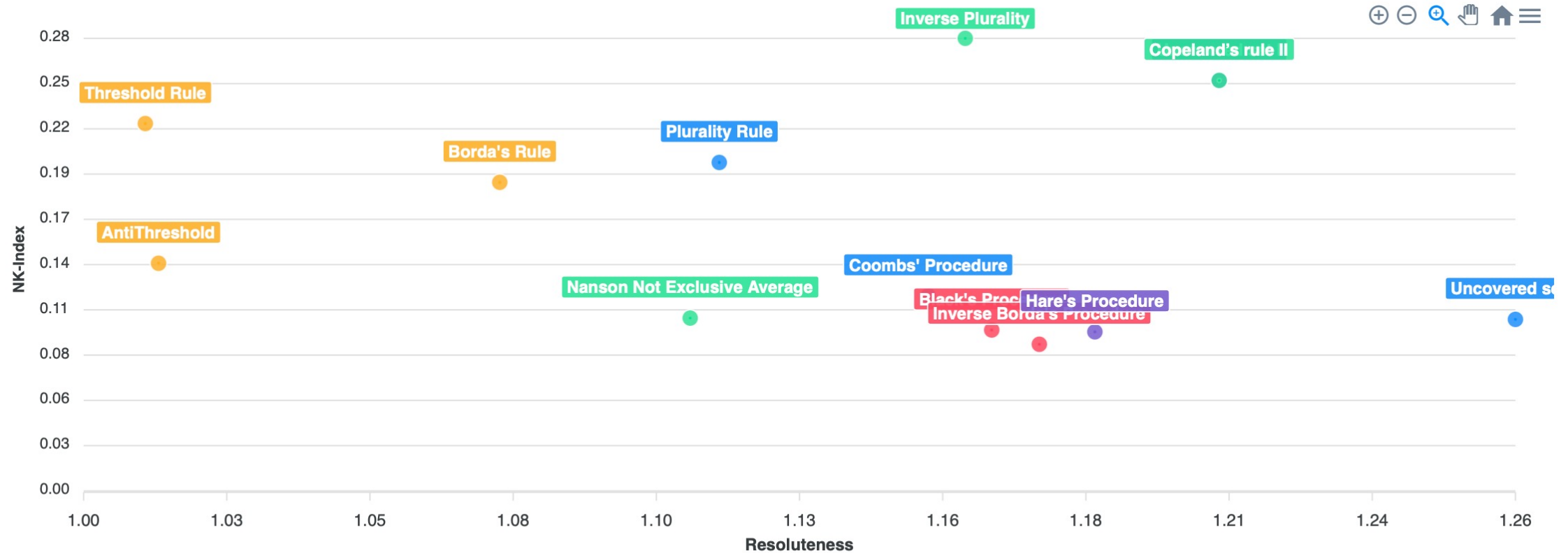
4 альтернативы, индекс R



5 альтернатив, индекс R

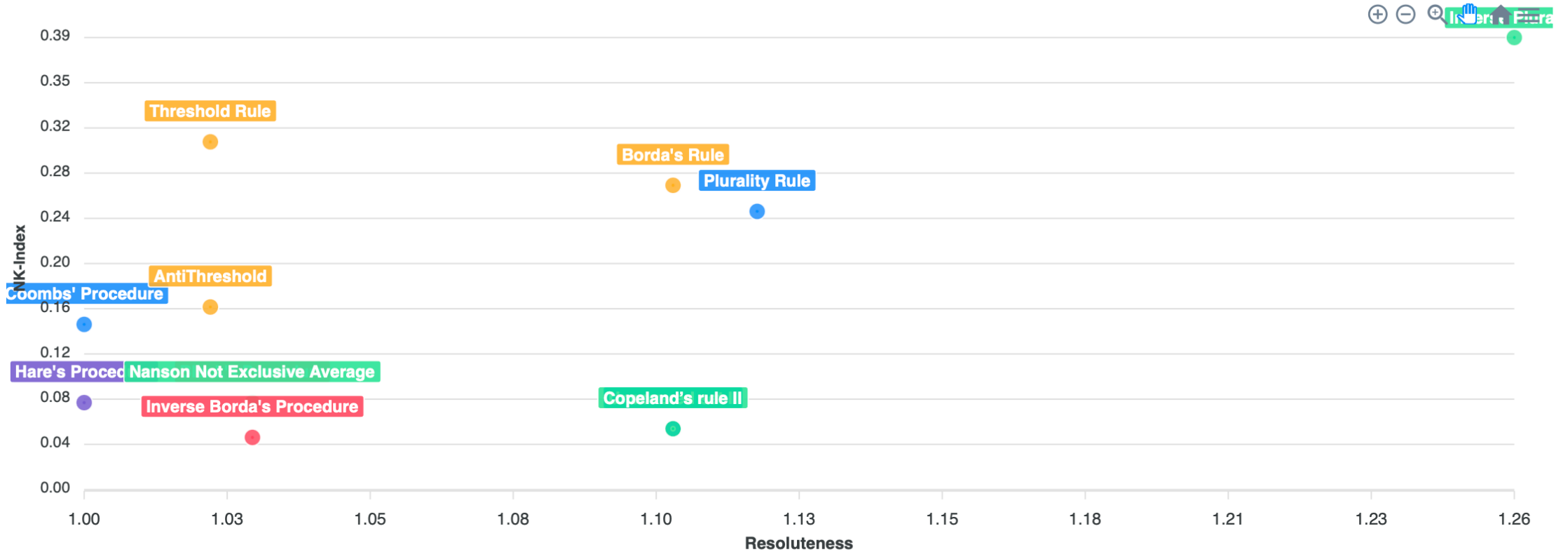


А если сравним с манипулируемостью? (3 альтернативы, 12 агентов, лексимин)



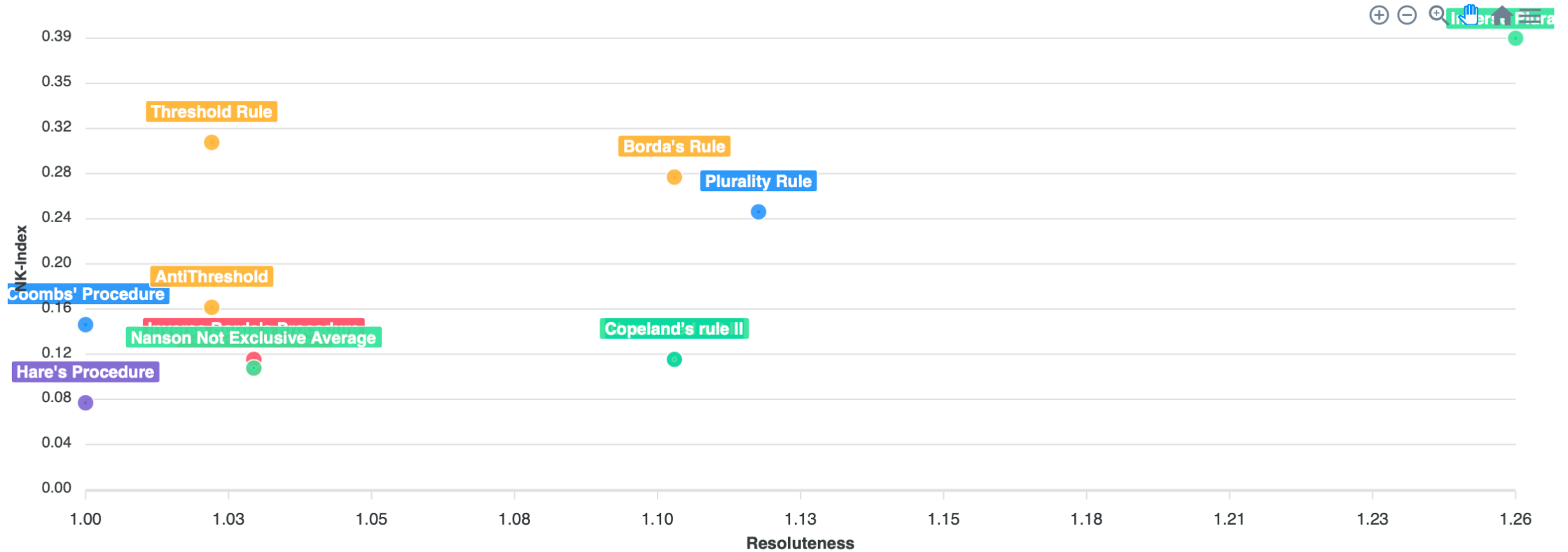
Pareto non-dominated rules: Black's Procedure, Threshold Rule, Inverse Borda's Procedure, Nanson Not Exclusive Average, AntiThreshold

А если сравним с манипулируемостью? (3 альтернативы, 7 агентов, лексимин)



Pareto non-dominated rules: Inverse Borda's Procedure, Hare's Procedure

А если сравним с манипулируемостью? (3 альтернативы, 7 агентов, лексимакс)

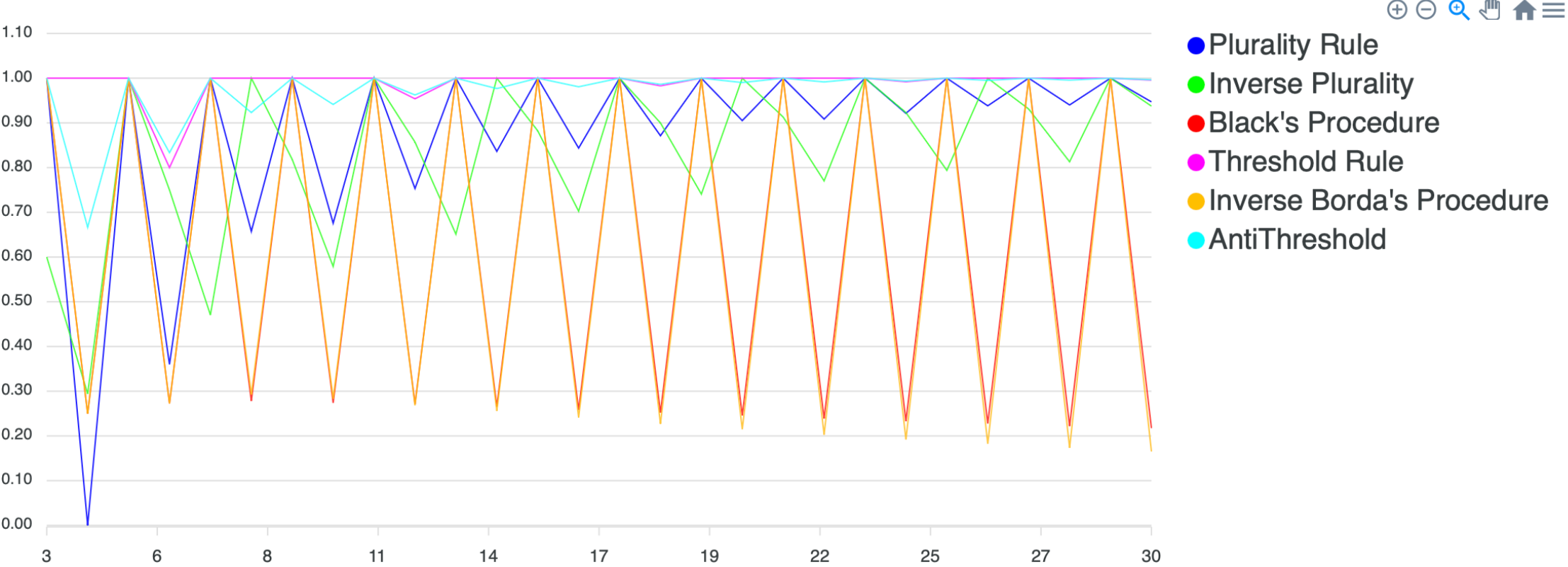


Pareto non-dominated rules: Hare's Procedure

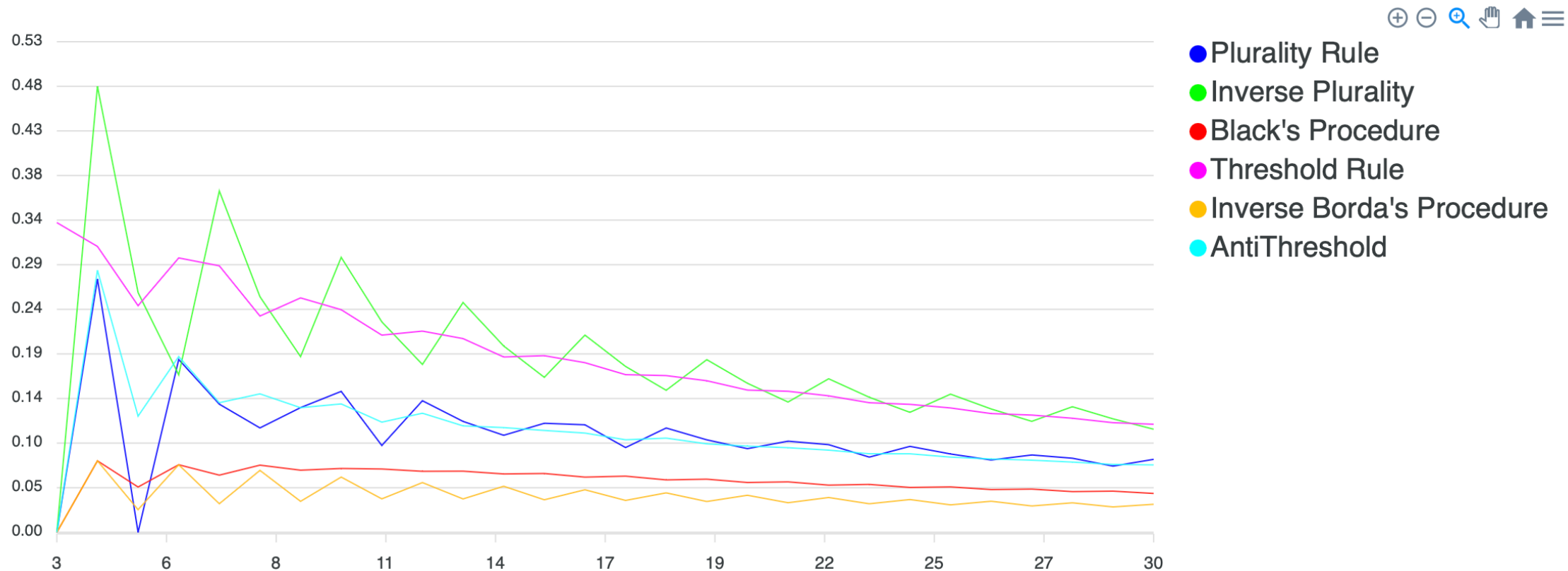
Как можно глубже
изучить
разрешимость и
манипулируемость?

- Разложим манипулируемость (долю манипулируемых профилей) на долю в профилях с однозначным выбором и с множественным и посмотрим, что происходит.

Манипулируемость профилей с множественным выбором



Манипулируемость профилей с однозначным выбором



Общие выводы

- Пороговое правило – самое разрешимое для большинства случаев. Для всех четных и для части нечетных
- Для простого числа агентов разрешимыми являются Хара и Кумбс
- Можно модифицировать правила, повышая разрешимость
- Нужно аккуратно использовать правила устранения несравнимости, так как множественный выбор чаще всего и является манипулируемым

Спасибо за внимание

